1. ETIQUETAS

A partir de unos números vamos a construir unas ETIQUETAS que las vamos a utilizar para codificar objetos de acuerdo con las siguientes reglas:

- Una etiqueta puede no tener ningún número, por ejemplo: $\boxed{}$
- Si tiene dos o más números estos son distintos y están ordenados de manera creciente, así de las dos etiquetas de la derecha, la de arriba es válida y la de abajo no lo es. **124** **214**
- Por razones de seguridad no hay ninguna etiqueta que tenga tres números consecutivos, es decir la etiqueta de la derecha no es válida. **13458**

a) Si disponemos del conjunto de números $[1,2,3]$, describe todas las etiquetas de estas características que se pueden formar. Al número total de etiquetas que obtengamos le vamos a llamar E3.

$\cancel{\boxed{123}}$ $\boxed{12}$ $\boxed{23}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{13}$ $\boxed{}$

Sin num

El número E3 sería igual a ~~6~~ 7 etiquetas.

b) Si disponemos del conjunto de números $[1,2,3,4]$, describe todas las etiquetas de estas características se pueden formar. Al número total de etiquetas que obtengamos le vamos a llamar E4.

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{12}$ $\boxed{13}$ $\boxed{14}$ $\boxed{23}$ $\boxed{24}$ $\boxed{34}$ $\boxed{124}$ $\boxed{134}$ $\boxed{}$

Sin num

E4 = 13 Etiquetas.

c) Si disponemos del conjunto de números $[1,2,3,4,5]$, describe todas las etiquetas de estas características se pueden formar. Al número total de etiquetas que obtengamos le vamos a llamar E5.

Sin num $\boxed{}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{12}$ $\boxed{13}$ $\boxed{14}$ $\boxed{15}$

$\boxed{23}$ $\boxed{24}$ $\boxed{25}$ $\boxed{34}$ $\boxed{35}$ $\boxed{45}$ $\boxed{124}$ $\boxed{125}$ $\boxed{134}$ $\boxed{135}$

$\boxed{145}$ $\boxed{235}$ $\boxed{245}$ $\boxed{1245}$

E5 = 24 Etiquetas.

(Sigue Atrás)

d) Si disponemos del conjunto de números $[1,2,3,4,5,6]$, sin necesidad de escribirlas todas, a partir de los cálculos anteriores, cuántas etiquetas podemos formar. Si a este número total le llamamos E6, ¿hay una relación con los números anteriores E3, E4 y E5?

Sin num $\boxed{}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{12}$, $\boxed{13}$, $\boxed{14}$, $\boxed{15}$, $\boxed{16}$, $\boxed{23}$, $\boxed{24}$, $\boxed{25}$, $\boxed{26}$, $\boxed{34}$, $\boxed{35}$, $\boxed{36}$, $\boxed{45}$, $\boxed{46}$

$\boxed{56}$, $\boxed{\cancel{123}}$, $\boxed{124}$, $\boxed{125}$, $\boxed{126}$, $\boxed{\cancel{245}}$, $\boxed{\cancel{246}}$, $\boxed{134}$, $\boxed{135}$, $\boxed{136}$, $\boxed{145}$, $\boxed{146}$, $\boxed{156}$, $\boxed{\cancel{234}}$, $\boxed{235}$, $\boxed{236}$, $\boxed{245}$, $\boxed{246}$, $\boxed{256}$, $\boxed{346}$, $\boxed{356}$

$\boxed{1245}$, $\boxed{1246}$, $\boxed{1256}$, $\boxed{1346}$, $\boxed{1356}$, $\boxed{2356}$, $\boxed{\cancel{2456}}$

~~E6 = 44~~

~~$6 \cdot 5 = 30$~~
~~$3 \cdot 4 = 12$~~
~~$+ \; 2$~~
~~44~~

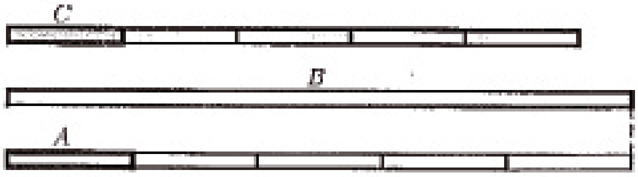
E3 = 7
E4 = 13
E5 = 24

E6 = 44

He leído mal el enunciado y las he escrito todas. Pero podría haber hecho E3 + E4 + E5 y me hubiera dado E6, que es la relación que guardan.

2. DIVISORES

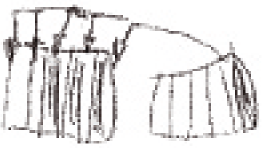
Diremos que una cantidad *A cabe exactamente* en otra cantidad *B* si la cantidad *B* es igual a un número exacto de veces la cantidad *A*. Así, por ejemplo, 3 *cabe exactamente* en 12 porque 12 es cuatro veces tres, mientras que 3 *no cabe exactamente* en 7, porque 7 es dos veces tres y un poco más. Del mismo modo, 1/2 *cabe exactamente* en 5, porque 5 son diez mitades, mientras que 1/2 *no cabe exactamente* en 3/4, porque 3/4 es una mitad y un poco más.



- La cantidad *A cabe exactamente* en la cantidad *B*
- La cantidad *C no cabe exactamente* en la cantidad *B*

a) Di una cantidad, más pequeña que 3/5, que *quepa exactamente* en 3/5, y otra, más pequeña que 8/3, que *quepa exactamente* en 8/3.

$\frac{3}{5} = \ldots \frac{3}{10}$



$\boxed{\text{Sol:}}$ tres ~~dos~~ veces $\frac{1}{5}$ cabe exactamente en $\frac{3}{5}$ y $\frac{1}{3}$ cabe exactamente 8 veces en $\frac{8}{3}$

b) ¿Cuál es la cantidad más grande, pero más pequeña que 8/3, que *cabe exactamente* en 8/3?

$\frac{8}{3} =$

$\boxed{\text{S}}$ $\frac{4}{3}$ cabe exactamente 2 veces en $\frac{8}{3}$

c) ¿Cuál es la cantidad más grande, pero más pequeña que 3/5, que *cabe exactamente* en 3/5?

$\boxed{\text{S:}}$ $\frac{1'5}{5}$ cabe exactamente 2 veces en $\frac{3}{5}$

d) Di la cantidad más grande que *cabe exactamente* y a la vez en 3/4 y 5/6.

m.c.m. (4 y 6) = 12

$\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6} = \frac{9}{12}$ y $\frac{10}{12} = \frac{18}{24}$ y $\frac{20}{24}$

S: $\frac{1}{12}$ cabe exactamente 9 veces en $\frac{3}{4}$ y 10 veces en 5/6

(Sigue Atrás)

e) Di la cantidad más grande que *cabe exactamente* y a la vez en 9/4 y 15/2.

√

$\frac{9}{4}$ y $\frac{15}{2}$ = $\frac{9}{4}$ y $\frac{30}{4}$

$\boxed{\text{Sol.:}}$ $\frac{3}{4}$ cabe exactamente 3 veces en $\frac{9}{4}$ y 10 veces en $\frac{15}{2}$.

√ **f)** Dadas dos fracciones irreducibles, **a/b** y **x/y**, di un método general para encontrar la cantidad más grande que *cabe exactamente* y a la vez en esas dos fracciones.

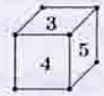
~~Poniendo primero los 2 denom.~~ Haciendo que los 2 denominadores sean iguales, (haciendo el mínimo común múltiplo. Luego, se hace el máximo común divisor con los numeradores, y se obtendrá Z, que es la letra con la que vamos a identificar el número más grande que cabe exactamente y a la vez en las 2 fracciones

El máximo común divisor no lo he aplicado con decimales en los anteriores ejercicios porque quedaban 10 min

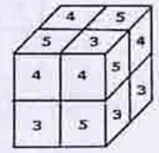
3. CUBOS

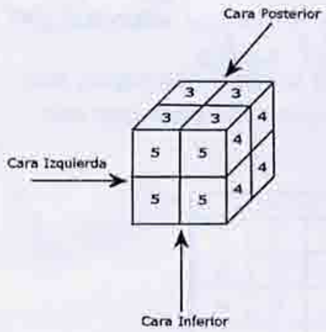
[redacted]

Tenemos unos cubitos especiales en los que dos caras opuestas valen cada una 3 puntos, otras dos opuestas valen 4 puntos cada una y las dos opuestas restantes valen cada una 5 puntos, lo que podemos indicar como se ve a la derecha, donde sólo se muestran tres caras (la opuestas de cada una tendrían el mismo valor numérico que ella) y donde la postura en que se escribe cada cifra no es importante.



Con 8 cubitos como este formamos un cubo más grande, por ejemplo este:→→→





a) ¿Se pueden tener las 6 caras con los 4 números de cada una iguales, como se indica a la izquierda? De ser posible, ¿qué números tendríamos en las caras ocultas (Posterior, Izquierda e Inferior)? Justifica la respuesta.

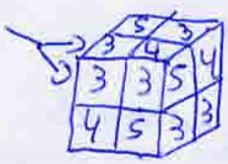
Si es posible

Posterior = 5
izquierda = 4
inferior = 3

Al formar un cubo grande con los 4 mismos numeros en cada cara se da la misma cualidad que en los dados pequeños: las caras opuestas tienen el mismo valor numérico

b) Si desarrollamos el cubo, ¿podríamos tener los números colocados de la forma que se ve a la derecha?¿Por qué?

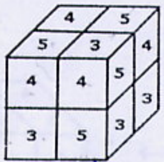
No Porque como vemos donde señalan las flechas



Esos dos números deberían estar en caras opuestas y están consecutivos.

(Sigue Atrás)

c) A cada cara le asignamos la suma de los números que hay en la cara. Por ejemplo en el cubo del ejemplo, de nuevo presentado a continuación, a la cara de arriba le asignamos el 17, a la frontal el 16 y a la derecha el 15. ¿Cuál es la suma total de los números asignados a las 6 caras del cubo? ¿Depende este número de la posición de los cubitos? ¿Por qué?



~~cara izquierda = 3+~~

~~Cara posterior = 3+~~

~~Cara inferior = 4+~~

cada cubito muestra 3 caras que suman 12. 12x4= 48

Vemos 12 caras. 12:3= 4

4x12=48

No dependen de la posición de los cubos porque Los 3 caras que se ven suman 48, los otros 3 caras también suman 48 por lo tanto 48+48=96 sería la suma total del cubo

d) En el cubo anterior, ¿cuáles de las configuraciones que se indican en la tabla que sigue, son posibles para las caras ocultas y cuáles no? ¿Qué requiere una configuración para que sea posible en dichas caras?

	CONFIGURACIONES	CARA POSTERIOR				CARA IZQUIERDA				CARA INFERIOR			
48 =	Nº 1	3	3	4	5	3	3	4	5	4	4	5	5
48 =	Nº 2	3	5	4	5	3	4	4	5	4	3	3	5
46 =	Nº 3	3	5	4	5	3	3	3	4	4	3	5	4
48 =	Nº 4	3	4	5	5	3	3	4	5	4	3	4	5

Para que una configuración sea posible deben sumar 48

Solo las ~~caras 48~~ configuraciones 1, 2 y 4 son posibles porque suman 48.

e) ¿Se pueden colocar los 8 cubitos para formar un cubo de manera que la suma de los números asignados a cada cara sean 6 números consecutivos?

No, Porque no hay un grupo de 6 números que sume 96.

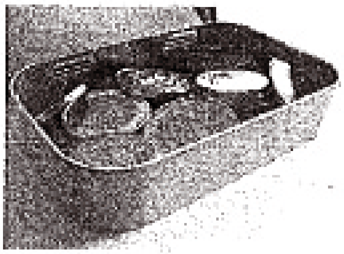
13+14+15+16+17+18=93

14+15+16+17+18+19=99

4. MONEDAS

A cinco amigos, **A**licia, **B**erta, **C**arlos, **D**aniel y **E**lena se les reparten las monedas de una caja de acuerdo con las siguientes reglas:

- Todos reciben al menos una moneda.
- **A**licia recibe menos monedas que **B**erta, **B**erta recibe menos que **C**arlos, **C**arlos recibe menos que **D**aniel y **D**aniel recibe menos que **E**lena.



Cada uno de ellos NO sabe cuántas monedas han recibido los demás, sólo conoce las monedas que tiene y el número total de monedas que hay en la caja.

a) Si la caja tiene 15 monedas, ¿se puede saber, sin ninguna duda, cuántas monedas ha recibido cada uno de los cinco amigos?

Sí, Alicia tendría 1, Berta 2, Carlos 3, Daniel 4 y Elena 5.

b) Si la caja tiene 17 monedas, ¿Daniel puede saber, sin ninguna duda, cuántas monedas tiene cada uno de los otros 4 amigos?

~~No~~ Sí ya que siempre habría varias posibilidades, por ejemplo:

- A → 1	- A → 1
- B → 2	- B → 2
- C → 3	- C → 3
- D → 5	- D → 4
- E → 6	- E → 7

- Daniel sabría las monedas que tiene él, y al saberlo, sabría las que tienen los demás.

(Sigue Atrás)

c) Si la caja tiene 18 monedas, ¿cuál o cuáles de los cinco amigos puede saber, sin ninguna duda y en cualquier posible reparto, cuántas monedas tienen cada uno de los demás?

	1er reparto	2º reparto	3er reparto
A →	1	1	1
B →	2	2	2
C →	4	3	3
D →	5	5	4
E →	6	7	8

→ Elena es la que lo sabría siempre, ya que cuando ella tiene 1 nº, sólo hay una posibilidad para los otros.

d) Con 19 monedas en la caja, ¿hay algún reparto en el que nadie sepa las monedas que tienen los demás? ¿y con 20 monedas?

A →	1	1	1
B →	3	2	2
C →	4	4	3
D →	5	5	6
E →	6	7	7

19 monedas

En este reparto nadie sabría cuántas monedas tiene cada uno ya que todos tienen otra/-s posibilidad/-es.

A →	1	1	1
B →	2	2	3
C →	4	3	4
D →	5	6	5
E →	8	8	7

En el primer reparto nadie lo sabría, (1, 2, 4, 5, 8) ya que todos tienen otra/-s posibilidad/-es con ese número.

5. FIGURAS EN UNA CAJA

Un día descubrí que mi papá, Enrique, tenía una caja llena de figuras geométricas. Yo estaba interesada en saber cómo eran y él me lo explicó:

Mira Celia, las figuras están hechas con cuadraditos como este, □, coloreados en claro por una cara y en negro por la otra. Los cuadrados están colocados en líneas horizontales (a estas las llamamos filas) y en líneas verticales (a estas las llamamos columnas). Por ejemplo, la Figura 1, tiene 2 filas (la primera, la de abajo, con 4 cuadraditos y la segunda con 2 cuadraditos) y 4 columnas (en las dos primeras, las de la izquierda, 2 cuadraditos en cada una y en la tercera y cuarta columna uno en cada una).

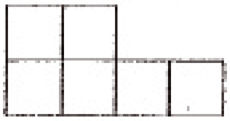


Figura 1

Las figuras se colocan siempre con el color claro hacia arriba y ninguna fila o columna puede tener más cuadraditos que la fila o columna anterior.

Las figuras de la caja se han construido a partir de la pieza formada por un solo cuadradito □ y a partir de la pieza de la Figura 1, **sin que haya piezas repetidas o que se diferencien sólo en la posición**, con la información siguiente:

- Si una figura está en la caja, la que obtenemos al añadir en su primera fila un cuadradito a la derecha del todo, también está.
- Si una figura está y, en su primera columna, le añadimos un cuadradito encima del todo, la figura que resulta también está en la caja.

Mi padre, Enrique, me dejó un rato para pensar y después me hizo varias preguntas, para saber si yo sabía responderlas:

a) ¿Me puedes dibujar todas las figuras que están en la caja y están hechas con 3 cuadraditos exactamente?

b) Observando la Figura 1 y utilizando la información que te he dado, ¿qué figuras podemos obtener a partir de ella, que tengan un cuadradito más?

c) ¿Cuántas figuras hay formadas por 4 cuadraditos? Explica razonadamente cómo lo obtienes.

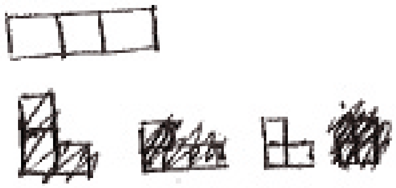
(Sigue Atrás)

d) ¿Sabes cuántas figuras están formadas por 7 cuadraditos? Explica tu respuesta.

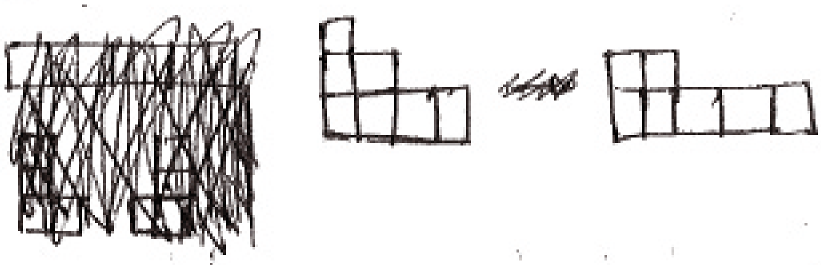
e) Si consideramos todas las figuras formadas con 100 cuadraditos con las reglas dadas, ¿sabes expresar con una operación matemática que use el número 100, su número total?

5. FIGURAS EN CADA CAJA

a)



b)



c)

las obtengo viendo donde puedo añadirle cuadraditos a las de tres

d)

Las figuras de 7 cuadraditos se pueden obtener de dos maneras:

- O añadiendo hasta llegar a 7 cuadraditos a las figuras

de tal forma que tendríamos 7 figuritas.

- O añadiéndole un cuadradito a la figura 6, que sumarían 2 figuras posibles más

Por lo tanto habría 8 figuritas de 7 cuadraditos

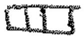
e) Con 100 cuadraditos habría también dos posibilidades:

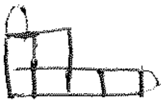
• Avanzando desde las figuras

 / 

hasta llegar a poner 100 cuadraditos

De la figura  habría 99 formas de hacerla con 100 pues empezaríamos ~~poniendo~~ añadiendo a . cuadritos en la 1a columna, de forma que [illegible] formen 100 e iríamos formando distintas figuras quitando un cuadradito de la 1 columna e añadiéndolo a la 1a fila. De esta forma, obtenemos 99 formas de hacer una figura de 100 cuadraditos partiendo de la figura .

De la figura  obtendríamos 1 sola, una línea de 100 cuadraditos

• Haciendo evolucionar la figura  obtendríamos 94 formas distintas, añadiendo 94 cuadritos a la 1a columna, e ~~[illegible]~~ ir quitando un cuadrado de la 1a ~~fila~~ columna para colocarlos en la 1a fila, y obtendríamos 92 figuras distintas.

El total $\boxed{\text{serían } 194}$

Por lo tanto si habría una formula: nº figuras $= \boxed{x - 1 + 1 + x - \cancel{6}}$

(x = nº cuadraditos)

$$\downarrow$$

$$\boxed{x + x - 6}$$

Y para hacerlo con 100 se haría:

nº figuras $= 100 + 92 = \boxed{192}$, al igual que haciéndolo manualmente.